الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2013

الشعب: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المـــدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) متتالية هندسية حدّها الأول $v_0 = 2$ وأساسها 3.

1- أ) عبّر عن v_n بدلالة n.

ب) احسب بدلالة n الفرق $v_{n+1} - v_n$ ، ثمّ استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (v_n).

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$.

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 80$.

ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $3^n - 1$ يقبل القسمة على 2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1- هل العددان 2013 و 718 متوافقان بتردد 7 ؟

2- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7 .

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.

3- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7 .

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ يقبل القسمة على7.

4- أ) تحقّق أنّ: $1434 \equiv -1[7]$.

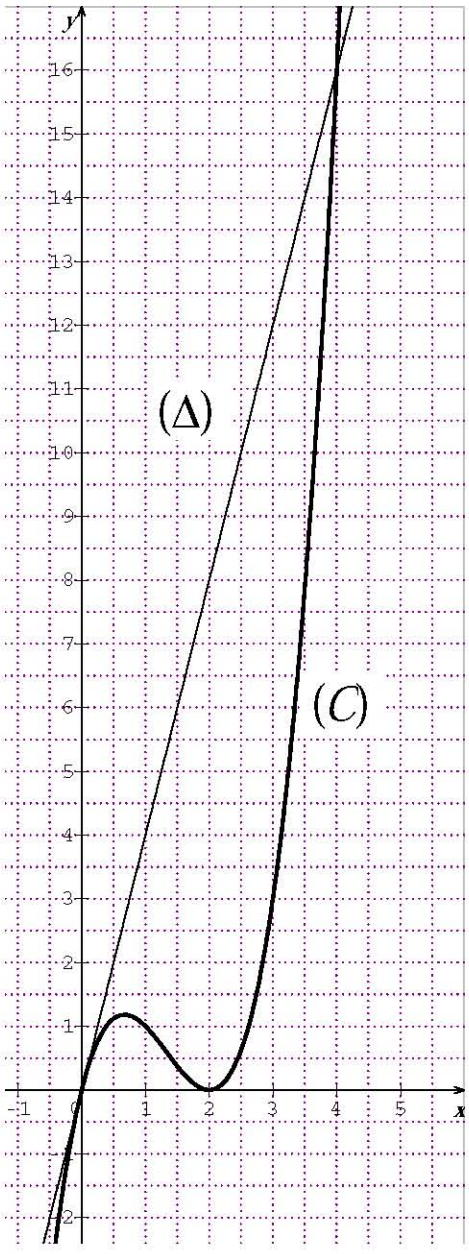
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

في الشّكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C) عند مبدأ المعلم O، حيث: $y = g(x)$ معادلة له.



I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

3- عدد حلول المعادلة: $f(x) = g(x)$

II) باستعمال عبارة الدالة f:

1- أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ب) احسب $f'(x)$ ، ثمّ ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2- أ) أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x:

$$f(x) = x(x-2)^2$$

ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

3- أ) بيّن أنّ: $g(x) = 4x$.

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ).

4- بيّن أنّ، (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $\frac{4}{3}$.

5- عيّن بيانيا، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m، التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول متمايزة.

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الأول		
التمرين الأول:(06ن)		
1) أ) $v_n = v_0 q^n$ أي $v_n = 2.3^n$	1	2.5
ب) $v_{n+1} - v_n = 2.3^{n+1} - 2.3^n = 4.3^n$ بما أن: $v_{n+1} - v_n > 0$ فإن (v_n) متزايدة تماما	0.5+1	
2) أ)المجموع $S_n = v_0 \frac{1-q^n}{1-q}$ أي : $S_n = 2\frac{1-3^n}{1-3} = 3^n - 1$ ومنه : $S_n = 3^n - 1$	1+0.5	3.5
ب) $S_n = 80$ أي $3^n - 1 = 80$ ، $3^n = 81$ ومنه $n = 4$	2×0.5	
جـ) التحقق من أجل $n = 0$ ثم التوريث	0.75+0.25	
التمرين الثاني: (06ن)		
1. العددان متوافقان بترديد 7 $2013 - 718 = 7 \times 185$ (تقبل أي طريقة صحيحة)	1	1
2. أ) $4^6 \equiv 1[7]$ الباقي 1.....	0.5	1.25
ب) $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$	0.75	
3. أ) $718 \equiv 4[7]$ و $2013 \equiv 4[7]$	2×0.5	1.5
ب) $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 3 \times 4^{6n} + 4[7]$ ومنه: $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 0[7]$ ...	0.5	
4. أ) التحقق من أن $1434 \equiv -1[7]$.....	0.5	2.25
ب) $1434^{2n} \equiv 1[7]$ و $n \equiv 6[7]$ أو $n = 7k + 6$	2×0.5	
$n \in \{ 6 , 13 , 20 \}$	0.75	
التمرين الثالث : (08ن)		
I)1) عدد نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هو 2	0.5	1.5
2) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$: إذا كان: $x \leq 0$ فإن: $f(x) \leq 0$ وإذا كان: $x \geq 0$ فإن: $f(x) \geq 0$ ...	0.5	
3) عدد حلول المعادلة : $f(x) = g(x)$ هو حلان	0.5	
II) 1) أ) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty ; \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$	2×0.5	3
ب) حساب $f'(x)$: $f'(x) = 3x^2 - 8x + 4$	1+0.5	
إشارة $f'(x)$: $f'(x) \geq 0$ ، $x \in]-\infty ; \frac{2}{3}] \cup [2 ; +\infty[$ و $f'(x) < 0$ ، $x \in]\frac{2}{3} ; 2[$		
جـ) جدول تغيرات الدالة f :	0.5	

2) أ) التحقق أن: $f(x)=x(x-2)^2$	0.5	1.5
ب) التقاطع مع محور الفواصل $O(0;0)$ و $A(2;0)$.	2×0.25	
3) أ) تبيان أن: $g(x)=4x$	0.5	
ب) تعيين فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ): $x^2(x-4)=0$ ، $x=0$ أو $x=4$	0.75	2
4) $f''(x)=6x-8$ ، $x=\frac{4}{3}$ ، إشارة $f''(x)$	0.75	
5) $m\in\left]0;\frac{32}{27}\right[$	0.5	
الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (06ن)		
1. $4u_0+30=34$ ومنه $u_0=1$	1.5	2
2. $u_n=1+5n$	0.5	
3. $n=2013$	1	1
4. $S=\frac{2014}{2}(u_0+u_{2013})$ ومنه $S=10137469$	1	1
5. أ) $v_{n+1}-v_n=10$ أي (v_n) متزايدة تماما.	0.5+0.5	1
ب) $S'=2S+2014$ ومنه $S'=20276951$	1	1
التمرين الثاني: (06ن)		
1. $3a\equiv 6[7]$ و $3a+b\equiv 12[7]$ ومنه $3a+b\equiv 5[7]$	1	1
2. $a^2\equiv 4[7]$ و $3b^2\equiv 3[7]$ ومنه $a^2+3b^2\equiv 7[7]$ أي $a^2+3b^2\equiv 0[7]$	3×0.5	1.5
3. أ) التحقق: $b\equiv -1[7]$	0.5	1.5
ب) $b^{2013}\equiv 6[7]$ و $b^{1434}\equiv 1[7]$	2×0.5	
4. لدينا: $a+b\equiv 1[7]$ ومنه $(a+b)^n\equiv 1[7]$	2×0.5	2
وبالتالي: $(a+b)^n+n\equiv 0[7]$ يكافئ $1+n\equiv 0[7]$	0.5	
أي: $n=7k+6$ مع $k\in\mathbb{N}$	0.5	